Список вопросов к вступительному экзамену

1. Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса.
2. Линейная зависимость и ранг. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, базис и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
3. Определители. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу).
4. Операции над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид (формула), способ выражения с помощью элементарных преобразований строк.
5. Векторные пространства; базис. Векторное пространство, его базис и размерность. Преобразования координат в векторном пространстве. Подпространства как множества решений систем однородных линейных уравнений. Связь между размерностями суммы и пересечения двух подпространств. Линейная независимость подпространств. Базис и размерность прямой суммы подпространств.
6. Линейные отображения и линейные операторы. Линейные отображения, их запись в координатах. Образ и ядро линейного отображения, связь между их размерностями. Сопряженное пространство и сопряженные базисы. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
7. Собственные векторы и собственные значения. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственные подпространства линейного оператора, их линейная независимость. Условие диагонализируемости оператора.
8. Дифференцирование. Дифференцирование функций. Применение производной для нахождения экстремумов функций. Формула Тейлора.
9. Функции многих переменных. Частные производные. Градиент и его геометрический смысл. Гессиан. Метод градиентного спуска. Поиск экстремумов функций от многих переменных.
10. Интегрирование. Определенный и неопределенный интегралы. Методы интегрирования функций. Первообразные различных элементарных функций. Кратные интегралы (двойные, тройные), замена координат, связь с повторными.
11. Сочетания. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.
12. Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятностного пространства, простейшие дискретные случаи (выборки с порядком и без него, упорядоченные и неупорядоченные), классическая вероятностная модель. Случайная величина, функция распределения. Условные вероятности. Определение условной вероятности, формула полной вероятности, формула Байеса.
13. Математическое ожидание, дисперсия, корреляция. Определение математического ожидания, дисперсии, ковариации и корреляции, их свойства.
14. Основные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
15. Распределения. Стандартные дискретные и непрерывные распределения, их математические ожидания, дисперсии и свойства:
16. Простейшие конструкции языка программирования. Циклы, ветвления, рекурсия.
17. Простейшие структуры данных. Массивы, стеки, очереди, связные списки. Сравнение временных затрат при различных типах операций.